第６講　場合の数(2)

1 [1]　ケーキ 5 個とアイスクリーム 3 個がある．ケーキもアイスクリームもすべて種類が異なるとき，次の問いに答えよ．

(1)　ケーキ 2 個とアイスクリーム 1 個を選ぶ方法は何通りあるか．

(2)　特定の 2 個を含むように 4 個を選ぶ方法は何通りあるか．

(3)　アイスクリームを少なくとも 1 個含むように 3 個選ぶ方法は何通りあるか．

[2]　8 人乗りの乗り物が 2 台ある．10 人の人をこれら 2 台の乗り物に分乗させたい．

(1)　人も乗り物も区別しないで分乗させる方法は何通りあるか．

(2)　人は区別しないが，乗り物は区別して分乗させる方法は何通りあるか．

(3)　人も乗り物も区別して分乗させる方法は何通りあるか．

【Point Pickup】

[1]　タイムラグの罠 ～ 同じ組に時間を分けて入れる

区別できるものを分けるときは，「　　　　　　」という言葉に注意．

条件を満たすように先に取り出し，そこに後から追加すればよい，と考えるとハマる．

→「　　　を先に決める」または「　　　　　の利用」

[2]　個数制限がある組み分け

「　　　を先に決める」→ 組に振り分け（→ 物を分ける）

「　　　　　　の利用」も考慮する．

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2　6 枚の異なるカードがある.

(1)　2 枚ずつ A, B, C の 3 人に配る方法は何通りあるか.

(2)　2 枚ずつ 3 つの組に分ける方法は何通りあるか.

(3)　どの人も少なくとも 1 枚は受け取るように A, B, C の 3 人に配る方法は何通りあるか.

【Point Pickup】

モノと人のマッチング

人にモノを配る ＝ 人がモノに選ばれる　ということ.

(例)　A さんに異なる 2 枚のカードを配る ＝ 異なる 2 枚のカードが A を 2 回選ぶ

A, B, C さんにカードを配る ＝ カードが A, B, C さんを選ぶ

組に区別がないときの組み分け

区別できるものを分けるとき, 組に「　　　　がない」かつ「分ける　　　　が同じ」ときは, その組数の「　　　　　　　」

個数制限のない組み分け

分けるものが区別できるときは「　　　　　　」で分ける.

区別できないときは「重複組合せ」で個数を決める.

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

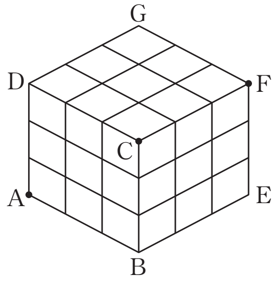
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3　図のように立方体の隣接する3つの面 ABCD，BEFC，CFGD 上にそれぞれ縦横等間隔の線を描き，その線の上を通ることができるとする．次のそれぞれの場合に最短距離で通る道順は何通りあるかを求めよ．

(1)　面 ABCD 上で A から C へ行く場合

(2)　面 ABCD，BEFC 上で A から F へ行く場合

(3)　面 ABCD，BEFC，CFGD 上で A から F へ行く場合



【Point Pickup】

最短経路

「　　　　　　　　　　　　　　」または「　　　　　」

事象を「分ける」

ある条件を満たす場合の数を求めるとき，その条件を満たすものを「　　　　　」考える．
小問がその役目を果たしている場合も多い．
「　　　　　」ものがある場合に注意．

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第6講　場合の数(2)

(1)　Aグループは3人，Bグループは3人，Cグループは4人からなり，どの人も複数のグループには属していないとする．これら合計10人から7人を選ぶとき，各グループから少なくとも1人が選ばれる選び方は［アイウ］通りである．

(2)　6人の生徒 a，b，c，d，e，f を3つの部屋P，Q，Rに入れる．各部屋は6人まで入れることができる．このとき，空室があってもよいとして，3つの部屋への生徒の入れ方は全部で［エオカ］通り，各部屋に2人ずつ入るような生徒の入れ方は全部で［キク］通り，空室ができないような生徒の入れ方は［ケコサ］通りである．

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第6講　場合の数(2)

1 [1]　ケーキ5個とアイスクリーム3個がある．ケーキもアイスクリームもすべて種類が異なるとき，次の問いに答えよ．

(1)　ケーキ2個とアイスクリーム1個を選ぶ方法は何通りあるか．

(2)　特定の2個を含むように4個を選ぶ方法は何通りあるか．

(3)　アイスクリームを少なくとも1個含むように3個選ぶ方法は何通りあるか．

(1)　${}_5C_2 \times {}_3C_1 = 10 \times 3 = \mathbf{30}$ **(通り)**

(2)　特定の2個を含むとき，残りの6個の中から2個選ぶ方法は　${}_6C_2 = \mathbf{15}$ **(通り)**

(3)　8個の中から3個選ぶ方法は　${}_8C_3 = 56$ (通り)

このうち，アイスクリームを1個も選ばない方法は　${}_5C_3 = 10$ (通り)

よって，アイスクリームを少なくとも1個含む選び方は　$56 - 10 = \mathbf{46}$ **(通り)**

1 [2]　8人乗りの乗り物が2台ある．10人の人をこれら2台の乗り物に分乗させたい．

(1)　人も乗り物も区別しないで分乗させる方法は何通りあるか．

(2)　人は区別しないが，乗り物は区別して分乗させる方法は何通りあるか．

(3)　人も乗り物も区別して分乗させる方法は何通りあるか．

(1)　人も乗り物も区別しないとき，10人の人数の分け方は

(8, 2)，(7, 3)，(6, 4)，(5, 5) の **4通り**

(2)　(1)において乗り物を区別するとき，人数の組合せが

(8, 2)，(7, 3)，(6, 4) のとき　それぞれ　$2! = 2$ (通り)

(5, 5) のとき　1通り　　よって　$2 \times 3 + 1 = \mathbf{7}$ **(通り)**

(3)　(2)においてさらに人も区別するとき，それぞれの乗り物に乗る人の決め方について人数の組合せが

(8, 2) のとき　${}_{10}C_8 = 45$ (通り)　　(7, 3) のとき　${}_{10}C_7 = 120$ (通り)

(6, 4) のとき　${}_{10}C_6 = 210$ (通り)　　(5, 5) のとき　${}_{10}C_5 = 252$ (通り)

したがって　$2 \times (45 + 120 + 210) + 1 \times 252 = \mathbf{1002}$ **(通り)**

(別解)　2台の乗り物をA，Bとする．

10人のそれぞれがA，Bを選ぶ方法が　$2^{10} = 1024$ (通り)

このうち，乗り物の定員を超えるのは，人数の組合せが

(10, 0) のとき　2通り　　(9, 1) のとき　$2! \times {}_{10}C_9 = 20$ (通り)

よって　$1024 - (2 + 20) = 1002$ (通り)

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2　6 枚の異なるカードがある.

(1)　2 枚ずつ A, B, C の 3 人に配る方法は何通りあるか.

(2)　2 枚ずつ 3 つの組に分ける方法は何通りあるか.

(3)　どの人も少なくとも 1 枚は受け取るように A, B, C の 3 人に配る方法は何通りあるか.

(1)　A が 6 枚中 2 枚を選び, その後 B が残り 4 枚中 2 枚を選ぶと, 残りの 2 枚が C である.

よって　${}_6C_2\times{}_4C_2\times1=$ **90 (通り)**

(別解)　A, A, B, B, C, C の順列を考え, 順に 6 枚のカードを対応させる方法で

$\dfrac{6!}{2!2!2!}=90$ (通り)

(2)　(1)において, A, B, C の区別をなくすと 3! 通りずつ同じ組合せがある.

よって　$\dfrac{90}{3!}=$ **15 (通り)**

(3)　どの人も少なくとも 1 枚受け取る方法は, 枚数の組合せが以下の場合.

(i)　(4, 1, 1)　　(ii)　(3, 2, 1)　　(iii)　(2, 2, 2)

(i)のとき

3 人の枚数の決め方が $\dfrac{3!}{2!}=3$ (通り)　　カードの決め方が ${}_6C_4\times{}_2C_1=30$ (通り)

よって　$3\times30=90$ (通り)

(ii)のとき　$3!\times{}_6C_3\times{}_3C_2=360$ (通り)

(iii)のとき　(1)より 90 通り

以上より　$90+360+90=$ **540 (通り)**

(別解)　6 枚のカードのそれぞれを A, B, C に配る方法が $3^6=729$ (通り)

このうち, 1 枚ももらわない人がいる場合を除く.

誰か 1 人がすべて受け取る方法が　3 通り

2 人のみが受け取る方法は

その 2 人の決め方が ${}_3C_2=3$ (通り)　　カードの配り方が $2^6-2=62$ (通り)

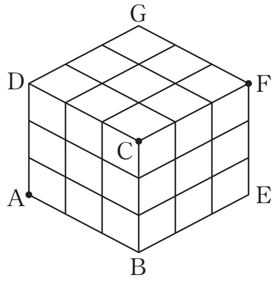
よって　$3\times62=186$ (通り)

よって, どの人も少なくとも 1 枚受け取る方法は　$729-(3+186)=540$ (通り)

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3 図のように立方体の隣接する３つの面 ABCD，BEFC，CFGD 上にそれぞれ縦横等間隔の線を描き，その線の上を通ることができるとする．次のそれぞれの場合に最短距離で通る道順は何通りあるかを求めよ．



(1) 面 ABCD 上で A から C へ行く場合

(2) 面 ABCD，BEFC 上で A から F へ行く場合

(3) 面 ABCD，BEFC，CFGD 上で A から F へ行く場合

AB 方向に１区画行くことを a，AD 方向に１区画行くことを b と表す．

(1) A から C までの最短経路の数は，３個の a と３個の b の順列の総数に等しく，それは６区画行くうち，a となる３つを選ぶ方法に等しい．

よって $\dfrac{6!}{3!3!}={}_6C_3=$ **20（通り）**

(2) ２面 ABCD，BEFC 上での A から F までの最短経路の数は，６個の a と３個の b の順列の総数に等しく，それは９区画行くうち，b となる３つを選ぶ方法に等しい．

よって $\dfrac{9!}{6!3!}={}_9C_3=$ **84（通り）**

(3) ２面 ABCD，CFGD 上での A から F までの最短経路の数は，(2)同様 84 通り．
この経路と(2)の経路には，面 ABCD と辺 CF を通って A から F へ行く場合の重複があり，その場合の数は(1)を用いて　$20\times1=20$（通り）
したがって経路の数は　$84\times2-20=$ **148（通り）**

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第6講　場合の数(2)

(1)　Aグループは3人，Bグループは3人，Cグループは4人からなり，どの人も複数のグループには属していないとする．これら合計10人から7人を選ぶとき，各グループから少なくとも1人が選ばれる選び方は **アイウ** 通りである．

(2)　6人の生徒 a，b，c，d，e，f を3つの部屋P，Q，Rに入れる．各部屋は6人まで入れることができる．このとき，空室があってもよいとして，3つの部屋への生徒の入れ方は全部で **エオカ** 通り，各部屋に2人ずつ入るような生徒の入れ方は全部で **キク** 通り，空室ができないような生徒の入れ方は **ケコサ** 通りである．

解答例

(1)　10人から7人を選ぶ選び方は　${}_{10}C_3=\dfrac{10\cdot9\cdot8}{3\cdot2\cdot1}=120$（通り）

各グループから1人も選ばれない場合は，7人が

AとCから選ばれる場合　${}_7C_7=1$（通り）

BとCから選ばれる場合　${}_7C_7=1$（通り）　　合計2通りである．

よって，各グループから少なくとも1人が選ばれる選び方は　$120-2=\mathbf{118}$（通り）

(2)　空室を許して3つの部屋に生徒を入れる方法は，$3^6=\mathbf{729}$（通り）

各部屋に2人ずつ入れる方法は　${}_6C_2\times{}_4C_2=\dfrac{6\cdot5}{2\cdot1}\times\dfrac{4\cdot3}{2\cdot1}=\mathbf{90}$（通り）

空室ができるような生徒の入れ方は以下．

6人が1室に入る場合は，全員P，全員Q，全員Rに入る場合の3通り

6人が2室に入る場合

どの2室かが ${}_3C_2=3$（通り）

その2室のいずれかに6人を入れる方法が 2^6 通りであるが，この中には

どちらかの部屋のみに入る場合の2通りが含まれている．よって　2^6-2 通り

よって　$3\times(2^6-2)=186$（通り）

以上より，空室ができないような生徒の入れ方は　$729-3-186=\mathbf{540}$（通り）

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。